Lycée secondaire Mareth	Fiche de cours **Thème** : Primitives	Prof : Selmi.Ali $4^{\text{ième}}$Math

I- Définition :

Soit f et F deux fonctions définies sur un intervalle I

on dit que F est une primitives de f sur I si et seulement si $\begin{cases} \text{F est dérivable sur I} \\ \text{et} \\ \text{Pour tout } x \in I,\ F'(x) = f(x) \end{cases}$

Théorème :

(1) toute fonction continue sur un intervalle I, admet des primitives sur I
(2) Soit f une fonction continue sur un intervalle I , Si F et G deux primitives de f sur I alors la fonction F-G est constante sur I.
(3) Soit f une fonction continue sur un intervalle I , pour tout $x_0 \in I$ et $y_0 \in \mathbb{R}$, il existe une unique primitive F de f sur I tel que $F(x_0) = y_0$

II- Primitive des fonctions usuelles :

Dans le tableau ci- dessous F désigne une primitive de f sur I

f	I	F
$x \longmapsto a$	$\mathbb{R}$	$x \longmapsto a\,x + c$
$x \longmapsto x^n$; $n \in \mathbb{N}^*$	$\mathbb{R}$	$x \longmapsto \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c$
$x \longmapsto \frac{1}{x^n}$; $n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$	$]-\infty,0[$ ou $]0,+\infty[$	$x \longmapsto \frac{1}{1-n} x^{1-n} + c$
$x \longmapsto \sqrt{x}$	$[0,+\infty[$	$x \longmapsto \frac{2}{3} x \sqrt{x} + c$
$x \longmapsto \frac{1}{\sqrt{x}}$	$]0,+\infty[$	$x \longmapsto 2\sqrt{x} + c$
$x \longmapsto \cos(x)$	$\mathbb{R}$	$x \longmapsto \sin(x) + c$
$x \longmapsto \sin(x)$	$\mathbb{R}$	$x \longmapsto -\cos(x) + c$
$x \longmapsto \cos(w\,x + \varphi)$, $w \neq 0$	$\mathbb{R}$	$x \longmapsto \frac{1}{w} \sin(w\,x + \varphi) + c$
$x \longmapsto \sin(w\,x + \varphi)$, $w \neq 0$	$\mathbb{R}$	$x \longmapsto -\frac{1}{w} \cos(w\,x + \varphi) + c$
$x \longmapsto 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2(x)}$	$]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}[$	$x \longmapsto \tan(x) + c$

Théorème :
Si F et G deux primitives respectives de deux fonctions f et g définies sur un intervalle I alors

- F+ G est une primitive de f+g sur I.
- Pour tout réel α,α F est une primitive de αf sur I.

III- Calculs de primitives

Dans le tableau suivant, u et v sont deux fonctions dérivables sur un intervalle I.

f	F	Conditions
$k.u'$, k réel	$k.u$	
$u' + v'$	$u + v$	
$u'.v + u.v'$	$u.v$	
$\frac{u'v - uv'}{v^2}$	$\frac{u}{v}$	v ne s'annule pas sur I
$u'u^n$	$\frac{1}{n+1}u^{n+1}$	$n \geq 1$
$u'u^n$	$\frac{1}{n+1}u^{n+1}$	$n \leq -2$ et u ne s'annule pas sur I
$\frac{u'}{\sqrt{u}}$ $u'\sqrt{u}$	$2\sqrt{u}$ $\frac{2}{3}u\sqrt{u}$	u est positive et ne s'annule pas sur I u est positive sur I .

